7 câu hỏi và 1 triệu đôla

Một triệu đô la dành cho ai giải được bất kỳ bí ẩn nào trong số bảy bí ẩn toán học. Đó chính là phần thưởng do một tổ chức tư nhân nêu ra nhằm đưa toán học trở lại vị trí xứng đáng của nó. Và dĩ nhiên, cũng để trả lời những câu hỏi lớn vẫn làm đau đầu các nhà toán học bấy lâu nay.

David Hilbert (1862-1943) nhà toán học và triết học người Đức, vị chủ soái tinh thần của giới toán học cuối thế kỷ 19 đầu thế kỷ 20

Paris, trường Đại học Pháp, 8.9.1900. David Hilbert đến dự Hội nghị quốc tế Toán học với một danh sách gồm 23 vấn đề mà đến lúc đó toán học vẫn chưa giải quyết được. Trong lịch sử toán học, ông là người cuối cùng còn nắm được tổng thể nền toán học của thời đại mình, trước khi nó bung ra thành hàng trăm phân nhánh. Ông mơ ước sẽ xây dựng được một "cây toán học" vững chắc, thống nhất và vĩnh cửu. Với 23 câu hỏi đó, ông mong muốn phác ra một định hướng cho nền toán học tương lai và đặt ra một bức tường thách thức cần vượt qua trước ngưỡng cửa thế kỷ XX. 100 năm sau, trong 23 vấn đề đó chỉ còn 3 vấn đề chưa được giải quyết (1). Tuy nhiên, giấc mơ của Hilbert vẫn chưa phải đã thực hiện được …

Những chân lý không thể chứng minh

Từ năm 1931, nhà lôgic học người Áo Kurt Godel đã chứng minh rằng, do một mâu thuẫn cơ bản, cây mơ ước của Hilbert là không thể xây dựng được: không thể chứng minh một chân lý toán học là vĩnh cửu. Ông cho rằng luôn luôn tồn tại những chân lý không thể chứng minh. Lý thuyết này làm sụp đổ cây toán học với những ảo tưởng của vĩnh cửu và tuyệt đối.

Giấc mơ thống nhất còn vấp phải một khó khăn lớn do sự phân nhánh của toán học. Vào năm 1900 (tức là năm Hilbert đưa ra 23 bài toán), trên thế giới chỉ có khoảng 300 nhà toán học chuyên nghiệp – trong số đó ¾ đã có mặt trong hội nghị để nghe bài phát biểu của Hilbert. Nhưng hiện nay, con số các nhà toán học chuyên nghiệp trên thế giới là 50.000. Mỗi năm, họ chứng minh chừng 200.000 định lý thuộc hơn 3.000 phân ngành nhỏ. Không còn ai có thể hiểu biết về toán học một cách tổng thể. Không còn ai có thể nhìn cây toán học trên phương diện toàn cầu của nó để mơ đến chuyện hợp nhất …

Vào năm 1999, Claude Allègre, khi đó là Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Nghiên cứu Pháp đã thốt lên rằng: "Toán học đang suy thoái, không lối thoát. Không còn toán học nữa, chỉ còn những cái máy thực hiện các phép tính". Và vào năm cuối cùng của thế kỷ XX, nền toán học đang tỏ ra hết sức "suy nhược". Cho dù UNESCO đã công bố năm 2000 là Năm Thế giới về Toán học.

Nhà toán học Mỹ Arthur Jaffe, giáo sư của trường Đại học Harvard, lo lắng nói: "Toán học hiện nay đã mất cả sự hấp dẫn lẫn tính mới lạ". Và ông chia sẻ nỗi lo của mình với Landon Clay, một nhà công nghiệp giàu có người Mỹ, người vốn có niềm đam mê lớn đối với nhành khoa học mà ông coi là "biểu hiện thuần túy của trí tuệ loài người".

100 năm bài phát biểu của Hilbert

Vì vậy, vào năm 1999, với sự ủng hộ của Viện Toán học Clay, ông Arthur Jaffe đã công bố thành lập một quỹ tư nhân có mục đích thúc đẩy sự phát triển của toán học trước thềm thiên niên kỷ mới.

Họ quyết định tổ chức lễ kỷ niệm 100 năm bài phát biểu của Hilbert để khôi phục lại vòng hào quang xưa của của toán học: - “nữ hoàng của khoa học”. Tại trường Đại học Pháp, ngoài ba vấn đề của Hilbert giải quyết chưa nổi, họ lại công bố một danh sách mới những vấn đề khác chưa được giải quyết. Đó là bảy bí ẩn chúng ta sẽ phải khám phá trong thiên niên kỷ mới. bất cứ ai giải được một trong bảy vấn đề ấy đều sẽ nhận giải thưởng một triệu đôla!

“Dù vậy, mục đích của phần thưởng đã rất khác so với ý tưởng của Hilbert cách đây 100 năm” – Alain Connes, thành viên hội đồng khoa học của Quỹ Clay, cho biết. “Hilbert đã chọn những vấn đề rất mới và ít người nghiên cứu vào thời đó, vì ông muốn phác ra một định hướng cho nền toán học tương lai. Còn chúng tôi lại chọn những vấn đề mà tất cả các nhà toán học đều coi là cơ bản”. Những vấn đề này thâu tóm mọi nhánh chính của ngành khoa học này: đó là lôgic với P chống lại NP, là hình học topo với giả thuyết Poincaré; số học với giả thuyết Riemann; hình học với giả thuyết Hodge; đại số với giả thuyết của Birch cùng Swinnnerton-Dyer; và tích phân với các phương trình của Navier-Stokes và của Yang-Mills.

Ngày nay, không thể không biết đến những điều đó bởi các vấn đề toán học sẽ có những ứng dụng cụ thể trong tương lai. “Chúng tôi mong sự án này sẽ trở thành một sự kiện của truyền thông đại chúng” – Arthur Jaffe nói – “để công chúng nhận thức được tầm quan trọng của toán học. Nó là nền tảng của mọi khoa học và động lực trong cuộc sống loài người. Tôi không thể hình dung nổi một đất nước phát triển mà thiếu toán học”.

“Không một khám phá nào của tôi, dù ít hay nhiều, có thể giúp ích được gì cho cái thế giới thực dụng này” – nhà toán học người Anh Godfrey Hardy, một lý thuyết gia số học vĩ đại, rất căm ghét toán học ứng dụng, đã tuyên bố như vậy vào những năm 20. Tuy nhiên, trước khi qua đời vào năm 1947, ông vẫn còn kịp thấy lý thuyết số của mình đã được sử dụng rộng rãi để mã hóa và giải mã các bức điện mật trong Chiến tranh Thế giới thứ hai. Trong tin học, vật lý, sinh học, kinh tế học, khí tượng học hay mật mã học, toán học đã chứng tỏ sức mạnh và tầm quan trọng của mình. Cây toán học không phải đã suy yếu như người ta tưởng…

Mọi người đều có cơ hội

Hơn nữa, dù toán học phân thành rất nhiều nhánh nên các các vấn đề đặt ra cũng hết sức đa dạng, song các nhà toán học luôn nghĩ tới một nền tảng thống nhất của ngành khoa học này. “Các nhánh của cây toán học luôn đan xen nhau” – Jean-Pierre Bourguigon, giám đốc Viện Nghiên cứu khoa học cao cấp tại tại Bures-sur-Yvette (Pháp), nhấn mạnh. “Các kết quả của những vấn đề rất khác nhau lại tương đồng nhau một cách kỳ lạ, và tất cả nền toán học, trong sự thống nhất động, đã tạo thành một khối vĩnh cửu”.

Nhiều người có thể nghĩ rằng tiêu hàng triệu đôla cho việc chứng minh mấy định lý toán học thật là một sự lãng phí. Nhưng điều này đã có tiền lệ: vào năm 1908, nhà công nghiệp người Đức Paul Wolfskehl đã hứa tặng 100.000 mark Đức cho người chứng minh được định lý cuối cùng của Fermat. Andrew Wiles đã nhận được số tiền này vào năm 1997. Trong thiên niên kỷ mới, giải quyết bảy bí ẩn toán học ấy là để đánh tan những suy nghĩ sai lầm của một số người. Không, toán học không chết, cây toán học không hề mất giá trị, sức mạnh và sự thống nhất của nó!

Tất cả mọi người, không hạn chế thời gian, đều có thể nhận được phần thưởng trên sau hai năm kể từ khi công bố chứng minh của mình trên một tờ báo khoa học tên tuổi. Hai năm là thời gian để kiểm chứng bản chứng minh đó không có gì sai sót. Mọi người đều có cơ hội nhận giải, mặc dù dĩ nhiên sẽ hết sức khó khăn cho một người nghiệp dư chen chân vào mảnh đất toán học này. “Việc chứng minh những vấn đề nà khá giống việc chinh phục đỉnh Everes. Rất khó đấy, nhưng khi đã lên đến đỉnh, người ta sẽ thấy một cảnh tượng tuyệt diệu” – Alain Connes kết luận.

Chúng ta đã xem xét những bối cảnh lịch sử của việc công bố 7 bài toán thiên niên kỷ. Ở phần này của bài báo chúng tôi sẽ giới thiệu về 7 bài toán này ở dạng ngôn ngữ phổ thông dễ hiểu, giúp các bạn hình dung qua về 7 câu hỏi đáng giá 1 triệu đôla này. Các phát biểu chính thức Toán học của các bài toán lớn này các bạn có thể xem tại trang web chính thức của Viện Toán học CLAY

1. Giả thuyết Poincaré

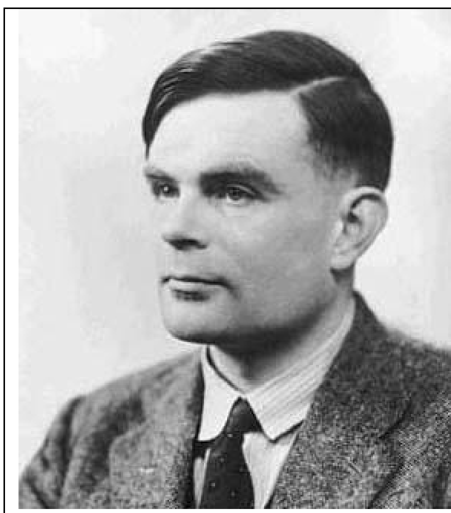
**Henri Poincare (1854-1912), nhà vật lý học và toán học người Pháp, một trong những nhà toán học lớn nhất thế kỷ 19. Giả thuyết Poincaré do ông
đưa ra năm 1904 là một trong những thách thức lớn nhất của toán học thế kỷ 20**

Lấy một quả bóng (hoặc một vật hình cầu), vẽ trên đó một đường cong khép kín không có điểm cắt nhau, sau đó cắt quả bóng theo đường vừa vẽ: bạn sẽ nhận được hai mảnh bóng vỡ. Làm lại như vậy với một cái phao (hay một vật hình xuyến): lần này bạn không được hai mảnh phao vỡ mà chỉ được có một.

Trong hình học topo, người ta gọi quả bóng đối lập với cái phao, là một về mặt liên thông đơn giản. Một điều rất dễ chứng minh là trong không gian 3 chiều, mọi bề mặt liên thông đơn giản hữu hạn và không có biên đều là bề mặt của một vật hình cầu.

Vào năm 1904, nhà toán học Pháp Henri Poincaré đặt ra câu hỏi: Liệu tính chất này của các vật hình cầu có còn đúng trong không gian bốn chiều. Điều kỳ lạ là các nhà hình học topo đã chứng minh được rằng điều này đúng trong những không gian lớn hơn hoặc bằng 5 chiều, nhưng chưa ai chứng minh được tính chất này vẫn đúng trong không gian bốn chiều.

2. Vấn đề P chống lại NP



N = NP?
Alan Turing (1912-1954), nhà toán học người Anh

Với quyển từ điển trong tay, liệu bạn thấy tra nghĩa của từ “thằn lằn” dễ hơn, hay tìm một từ phổ thông để diễn tả “loài bò sát có bốn chân, da có vảy ánh kim, thường ở bờ bụi” dễ hơn? Câu trả lời hầu như chắc chắn là tra nghĩa thì dễ hơn tìm từ.

Những các nhà toán học lại không chắc chắn như thế. Nhà toán học Canada Stephen Cook là người đầu tiên, vào năm 1971, đặt ra câu hỏi này một cách “toán học”. Sử dụng ngôn ngữ lôgic của tin học, ông đã định nghĩa một cách chính xác tập hợp những vấn đề mà người ta thẩm tra kết quả dễ hơn (gọi là tập hợp P), và tập hợp những vấn đề mà người ta dễ tìm ra hơn (gọi là tập hợp NP). Liệu hai tập hợp này có trùng nhau không? Các nhà lôgic học khẳng định P # NP. Như mọi người, họ tin rằng có những vấn đề rất khó tìm ra lời giải, nhưng lại dễ thẩm tra kết quả. Nó giống như việc tìm ra số chia của 13717421 là việc rất phức tạp, nhưng rất dễ kiểm tra rằng 3607 x 3808 = 13717421. Đó chính là nền tảng của phần lớn các loại mật mã: rất khó giải mã, nhưng lại dễ kiểm tra mã có đúng không. Tuy nhiên, cũng lại chưa có ai chứng minh được điều đó.

“Nếu P=NP, mọi giả thuyết của chúng ta đến nay là sai” – Stephen Cook báo trước. “Một mặt, điều này sẽ giải quyết được rất nhiều vấn đề tin học ứng dụng trong công nghiệp; nhưng mặt khác lại sẽ phá hủy sự bảo mật của toàn bộ các giao dịch tài chính thực hiện qua Internet”. Mọi ngân hàng đều hoảng sợ trước vấn đề lôgic nhỏ bé và cơ bản này!

3. Các phương trình của Yang-Mills

Các nhà toán học luôn chậm chân hơn các nhà vật lý. Nếu như từ lâu, các nhà vật lý đã sử dụng các phương trình của Yang-Mills trong các máy gia tốc hạt trên toàn thế giới, thì các ông bạn toán học của họ vẫn không thể xác định chính xác số nghiệm của các phương trình này.

Được xác lập vào những năm 50 bởi các nhà vật lý Mỹ Chen Nin Yang và Robert Mills, các phương trình này đã biểu diễn mối quan hệ mật thiết giữa vật lý về hạt cơ bản với hình học của các không gian sợi. Nó cũng cho thấy sự thống nhất của hình học với phần trung tâm của thế giới lượng tử, gồm tương tác tác yếu, mạnh và tương tác điện từ. Nhưng hiện nay, mới chỉ có các nhà vật lý sử dụng chúng…

4. Giả thuyết Hodge

 **William Hodge (1903-1975), nhà toán học người Anh**	Euclide sẽ không thể hiểu được gì về hình học hiện đại. Trong thế kỷ XX, các đường thẳng và đường tròn đã bị thay thế bởi các khái niệm đại số, khái quát và hiệu quả hơn. Khoa học của các hình khối và không gian đang dần dần đi tới hình học của "tính đồng đẳng". Chúng ta đã có những tiến bộ đáng kinh ngạc trong việc phân loại các thực thể toán học, nhưng việc mở rộng các khái niệm đã dẫn đến hậu quả là bản chất hình học dần dần biến mất trong toán học. Vào năm 1950, nhà toán học người Anh William Hodge cho rằng trong một số dạng không gian, các thành phần của tính đồng đẳng sẽ tìm lại bản chất hình học của chúng…	 **Bernhard Riemann (1826-1866) nhà toán học Đức.** Giả thuyết Riemann do ông đưa ra năm 1850 là một bài toán có vai trò cực kỳ quan trọng đến cả lý thuyết số lẫn toán học hiện đại

5. Giả thuyết Riemann

2, 3, 5, 7, …, 1999, …, những số nguyên tố, tức những số chỉ có thể chia hết cho 1 và chính nó, giữ vai trò trung tâm trong số học. Dù sự phân chia các số này dường như không theo một quy tắc nào, nhưng nó liên kết chặt chẽ với một hàm số do thiên tài Thụy Sĩ Leonard Euler đưa ra vào thế kỷ XVIII. Đến năm 1850, Bernard Riemann đưa ra ý tưởng các giá trị không phù hợp với hàm số Euler được sắp xếp theo thứ tự. Giả thuyết của nhà toán học người Đức này chính là một trong 23 vấn đề mà Hilbert đã đưa ra cách đây 100 năm. Giả thuyết trên đã được rất nhiều nhà toán học lao vào giải quyết từ 150 năm nay. Họ đã kiểm tra tính đúng đắn của nó trong 1.500.000.000 giá trị đầu tiên, nhưng … vẫn không sao chứng minh được. "Đối với nhiều nhà toán học, đây là vấn đề quan trọng nhất của toán học cơ bản" – Enrico Bombieri, giáo sư trường Đại học Princeton, cho biết. và theo David Hilbert, đây cũng là một vấn đề quan trọng đặt ra cho nhân loại.

6. Các phương trình của Navier-Stokes

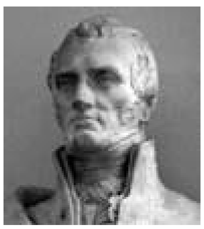
Chúng mô tả hình dạng của sóng, xoáy lốc không khí, chuyển động của khí quyển và cả hình thái của các thiên hà trong thời điểm nguyên thủy của vũ trụ. Chúng được Henri Navier và George Stokes đưa ra cách đây 150 năm. Chúng chỉ là sự áp dụng các định luật về chuyển động của Newton vào chất lỏng và chất khí. Tuy nhiên, những phương trình của Navier-Stokes đến nay vẫn là một điều bí ẩn của toán học: người ta vẫn chưa thể giải hay xác định chính xác số nghiệm của phương trình này. "Thậm chí người ta không thể biết là phương trình này có nghiệm hay không" – nhà toán học người Mỹ Charles Fefferman nhấn mạnh – "Điều đó cho thấy hiểu biết của chúng ta về các phương trình này còn hết sức ít ỏi".

7. Giả thuyết của Birch và Swinnerton-Dyer

Những số nguyên nào là nghiệm của phương trình x^2 + y^2 = z^2 ? có những nghiệm hiển nhiên, như 3^2 + 4^2 = 5^2. Và cách đây hơn 2300 năm, Euclide đã chứng minh rằng phương trình này có vô số nghiệm. hiển nhiên vấn đề sẽ không đơn giản như thế nếu các hệ số và số mũ của phương trình này phức tạp hơn… Người ta cũng biết từ 30 năm nay rằng không có phương pháp chung nào cho phép tìm ra số các nghiệm nguyên của các phương trình dạng này. Tuy nhiên, đối với nhóm phương trình quan trọng nhất có đồ thị là các đường cong êlip loại 1, các nhà toán học người Anh Bryan Birch và Peter Swinnerton-Dyer từ đầu những năm 60 đã đưa ra giả thuyết là số nghiệm của phương trình phụ thuộc vào một hàm số f: nếu hàm số f triệt tiêu tại giá trị bằng 1 (nghĩa là nếu f(1)= 0), phương trình có vô số nghiệm. nếu không, số nghiệm là hữu hạn.
Giả thuyết nói như thế, các nhà toán học cũng nghĩ vậy, nhưng đến giờ chưa ai chứng minh được…

TRƯƠNG THU HÀ dịch từ **Science & Vie** (Tạp chí **Tia Sáng** số 10.2000)

Claude Louis Marie Henry Navier


Navier

Cha của Claude Louis Navier là một luật sư, từng là thành viên của Quốc Hội thời Cách mạng Pháp. Nhưng ông đã mất năm 1793 khi Navier mới 8 tuổi. Lúc đó gia đình Navier đang sống ở Paris nhưng sau khi cha Navier mất, mẹ ông đã chuyển về sống ở quê bà ở Chalon-sur-Saône và để Navier lại Paris cho chú của bà là Emiland Gauthey chăm sóc.

Emiland Gauthey là một kĩ sư xây dựng tại công ti cầu đường Paris. Ông từng được xem như kĩ sư cầu đường hàng đầu của Pháp và ông đã truyền cho Navier niềm say mê với kĩ thuật. Mặc dù đã khuyến khích Navier vào học trường Polytechnique (Bách khoa Paris), Gauthey có vẻ không mấy thành công trong việc dạy dỗ Navier vì Navier đã phải rất chật vật mới đỗ được vào trường này năm 1802. Nhưng từ vị trí gần như chót bảng khi thi vào, chỉ trong năm đầu Navier đã vươn lên đứng trong topten của trường và được chọn đi thực tập tại Boulogne trong năm thứ hai.

Trong năm thứ nhất tại Bách khoa Paris, Navier đã được học giải tích từ Fourier, một người đã ảnh hưởng rất lớn đến chàng trai trẻ. Fourier đã trở thành một người bạn suốt đời của Navier, và luôn rất quan tâm đến sự nghiệp của ông. Năm 1804 Navier vào học Trường cầu đường và đã tốt nghiệp sau 2 năm với vị trí dẫn đầu. Không lâu sau khi Navier tốt nghiệp Emiland Gauthey qua đời và Navier quay lại Paris theo yêu cầu của công ti cầu đường Paris để biên tập các công trình của Gauthey.

Navier nhận nhiệm vụ giảng dạy tại Trường cầu đường năm 1919 và được phong giáo sư ở đó năm 1830. Ông không chỉ thực hiện việc giảng dạy theo truyền thống của trường mà còn thay đổi giáo trình, nhấn mạnh nhiều vào vật lí và giải tích toán học. Ông cũng thay thế Cauchy làm giáo sư tại Bách khoa Paris từ 1931. Những ý tưởng của ông về giảng dạy không phải luôn được tất cả mọi người tán đồng và ngay sau khi ông được bổ nhiệm chức giáo sư ở Bách khoa Paris, Navier đã sa vào một cuộc luận chiến với Poisson về việc giảng dạy lí thuyết nhiệt của Fourier.

Là một chuyên gia về xây dựng cầu đường, Navier là người đầu tiên phát triển lí thuyết cầu treo mà trước đó mới chỉ được xây dựng trên các nguyên lí thực nghiệm. Tuy nhiên một dự án lớn của ông là xây cầu treo vượt sông Seine lại kết thúc thất bại. Thực ra thì khó khăn chính là bởi Hội đồng thành phố (Municipal Council) đã không ủng hộ. Mặc dù vậy dự án vẫn được tiến hành, song khi cây cầu gần hoàn thành thì một đường cống dẫn nước thải ở một đầu bị vỡ làm dịch chuyển một trụ cầu. Vấn đề không phải là lớn đối với công ti cầu đường và họ đã thông báo rằng việc sửa chữa là rất đơn giản, nhưng Hội đồng thành phố đang cố tìm lí do để dừng dự án đã bắt họ phải tháo dỡ cầu.

Tuy nhiên ngày nay Navier được nhớ đến không phải bởi ông là một công trình sư cầu đường nổi tiếng mà bởi phương trình Navier-Stokes - Phương trình động lực học chất lỏng. Ông nghiên cứu về các vấn đề trong toán học ứng dụng như kĩ thuật, tính đàn hồi và cơ học chất lỏng. Ông cũng có nhiều đóng góp cho các chuỗi Fourier và ứng dụng của chúng trong các bài toán vật lí. Ông đã đưa ra phương trình Navier-Stokes nổi tiếng cho dòng chảy không bị nén năm 1921, và năm 1922 đưa ra phương trình cho dòng chảy nhớt.

Cũng cần chú ý rằng Navier đã suy ra các phương trình Navier-Stokes mặc dù không hiểu đầy đủ bản chất vật lí

của các tình huống mà ông mô hình hóa. Ông không hiểu về ứng suất trượt (shear stress) trong chất lỏng mà chỉ cố sửa các phương trình của Euler để gộp được cả các lực giữa các phân tử trong chất lỏng. Tuy nhiên các suy luận của ông ngày nay không còn được chấp nhận như Anderson đã từng viết trong A History of Aerodynamics (Cambridge, 1997): " Điều trớ trêu là Navier chẳng hề có khái niệm gì về ứng suất trượt và ông không dự định đưa ra các phương trình mô tả chuyển động có ma sát, nhưng cuối cùng ông lại đến đúng dạng của những phương trình đó"
Navier đã được nhận nhiều vinh dự; có lẽ lớn nhất là việc được chọn vào Viện Hàn lâm Khoa học Paris năm 1924 (Académie des Sciences). Ông cũng được trao Bắc đẩu bội tinh năm 1831.

Navier đã sống vào thời kì mà các phong trào cách mạng diễn ra mạnh mẽ khắp Châu Âu nói chung và Pháp nói riêng. Hai người có ảnh hưởng nhiều nhất đến quan điểm chính trị của Navier là Auguste Comte, nhà triết học Pháp, được biết đến như người đặt nền móng cho chủ nghĩa xã hội và chủ nghĩa thực chứng; và Henry de Saint-Simon, người đã khởi đầu phòng trào Saint-Simon, một phong trào đề ra ý thức hệ xã hội chủ nghĩa trên nền tảng tiến bộ khoa học kĩ thuật.

Comte cũng từng học ngành toán tại Đại học Bách khoa Paris từ năm 1814. Navier từng là một trong các trợ lí của ông tại đây và trở thành một người ủng hộ nhiệt tình các lí lưởng của Comte và Saint-Simon. Navier tin tưởng vào một thế giới công nghiệp trong đó khoa học và kĩ thuật sẽ giải quyết phần lớn các vấn đề. Ông cũng chống lại chiến tranh và việc để xảy ra quá nhiều đổ máu của cuộc cách mạng Pháp cũng như sự bành trướng quân sự của Napoleon.

Từ 1830 Navier làm cố vấn cho chính phủ về vấn đề áp dụng khoa học kĩ thuật để phát triển đất nước. Ông cố vấn về các chính sách giao thông vận tải, xây dựng đường bộ và đường sắt. Nhiều báo cáo của ông cho thấy khả năng kĩ sư xuất sắc cùng với quan điểm chính trị mạnh mẽ của ông về việc xây dựng một xã hội công nghiệp vì lợi ích của tất cả mọi người.

Nguồn : http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/%7Ehistory/Mathematicians/Navier.html

Chú thích: Phương trình Navier Stokes là một trong 7 bài toán của thiên niên kỉ do Viện toán Clay chọn tháng 5 năm 2000. Tham khảo thêm tại: http://ddtoanhoc.net/web/modules.php?name=...=article&sid=57